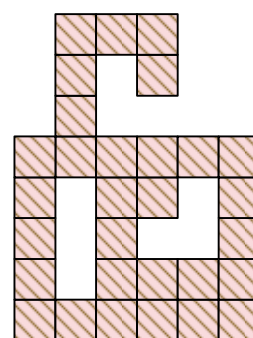




## XXXI Відкрита математична олімпіада ліцею «Лідер»

### 5 клас

1. Розріжте фігуру, зображену на рисунку, на дві частини, з яких можна скласти прямокутник без отворів, та покажіть, як саме його скласти.
2. Запишіть усі натуральні числа від 1 до 10 у рядок так, щоб для довільних трьох сусідніх чисел найбільше з них було більше суми решти двох. Кожне число необхідно використати рівно один раз.
3. Іринка задумала число, збільшила його на половину цього числа і сказала результат Сергійкові. Сергійко зменшив цей результат на його половину й отримав 171. Яке число задумала Іринка?



4. Мама, Юрчик і Алінка йдуть до школи. Доки мама робить 5 кроків, Юрчик устигає зробити 7 кроків. А доки Юрчик робить 5 кроків, Алінка встигає зробити 7 кроків. Діти порахували, що вдвох вони разом зробили 420 кроків. Скільки кроків за цей час зробила мама?
5. У послідовності 1, 2, 2, 4, 8, 2, 6, ... кожне число, починаючи з третього, дорівнює останній цифрі добутку попередніх двох записаних чисел. Наприклад, після цифр 4 і 8 записане число 2, оскільки добуток 4 і 8 дорівнює 32, тобто закінчується на 2. Яка цифра стоятиме на 2024-му місці?
6. Андрійко взяв великий аркуш клітчастого паперу і написав у якійсь його клітинці число 1. Потім у сусідній клітинці (тобто клітинці, що має спільну з нею сторону) — число 2, потім 3 і так далі до тих пір, поки не заповнив числами всі клітинки аркуша. Тетянка вирізала із цього аркуша фігурку з 4-х клітинок і порахувала суму чисел, записаних у ній. Виявилось, що ця сума дорівнює 171. Якої форми була вирізана фігурка? Відповідь поясніть.

Користуватися технічними засобами заборонено

Час виконання роботи — 1 година 30 хвилин

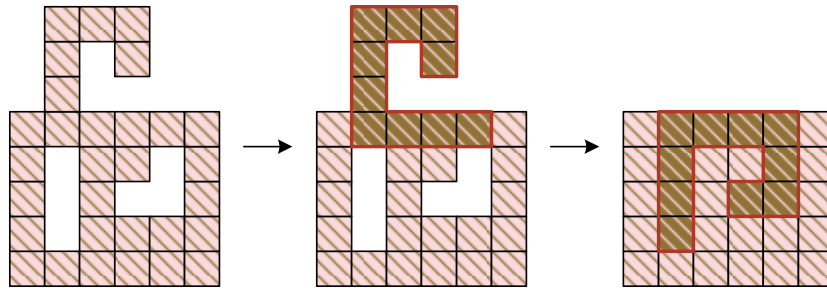
Київ, ліцей «Лідер», 6 квітня 2024 року

Усю оперативну інформацію про олімпіаду шукайте за посиланням  
<https://www.facebook.com/groups/326310837754590>



1. Розріжте фігуру, зображену на рисунку, на дві частини, з яких можна скласти прямокутник без отворів, та покажіть, як саме його скласти.

**Відповідь:** див. рисунок.



2. Запишіть усі натуральні числа від 1 до 10 у рядок так, щоб для довільних трьох сусідніх чисел найбільше з них було більше суми решти двох. Кожне число необхідно використати рівно один раз.

**Відповідь:** наприклад, 7, 5, 1, 8, 4, 3, 9, 2, 6, 10.

**Вказівка.** Найбільші числа мають стояти через два числа, щоб не потрапляти одночасно в жодну з трійок сусідніх чисел.

3. Іринка задумала число, збільшила його на половину цього числа і сказала результат Сергійкові. Сергійко зменшив цей результат на його половину й отримав 171. Яке число задумала Іринка?

**Відповідь:** 228.

**Розв'язання.** Зменшення числа на половину — це те саме, що ділення його навпіл. Тому Іринка сказала Сергійкові число  $171 \cdot 2 = 342$ . Це — задумане число, збільшене на половину, тобто три половини задуманого числа. Таким чином, Іринка задумала число  $342 : 3 \cdot 2 = 228$ .

4. Мама, Юрчик і Алінка йдуть до школи. Доки мама робить 5 кроків, Юрчик устигає зробити 7 кроків. А доки Юрчик робить 5 кроків, Алінка встигає зробити 7 кроків. Діти порахували, що вдвох вони разом зробили 420 кроків. Скільки кроків за цей час зробила мама?

**Відповідь:** 125 кроків.

**Розв'язання.** Якщо Юрчик робить 5 кроків, то за цей відрізок часу вони разом з Алінкою зроблять 12 кроків. Отже для того, щоб зробити разом 420 кроків, має пройти  $420 : 12 = 35$  таких відрізків часу. Тоді Юрчик пройде  $5 \cdot 35 = 175$  кроків, а мама пройде  $175 : 7 \cdot 5 = 125$  кроків.

5. У послідовності 1, 2, 2, 4, 8, 2, 6, ... кожне число, починаючи з третього, дорівнює останній цифрі добутку попередніх двох записаних чисел. Наприклад, після цифр 4 і 8 записане число 2, оскільки добуток 4 і 8 дорівнює 32, тобто закінчується на 2. Яка цифра стоятиме на 2024-му місці?

**Відповідь:** 2.

**Розв'язання.** Запишемо більше чисел послідовності: 1, 2, 2, 4, 8, 2, 6, 2, 2, 4, 8, 2, 6, ... . Бачимо, що утворюється цикл довжини 6, який складається із чисел 2, 2, 4, 8, 2, 6. При цьому одиниця на початку не входить до цього циклу. 2024 при діленні на 6 дає остачу 2. Тобто після числа 1 буде ще деяка кількість повних циклів і в кінці одне число з наступного циклу, а це якраз 2.

6. Андрійко взяв великий аркуш клітчастого паперу і написав у якійсь його клітинці число 1. Потім у сусідній клітинці (тобто клітинці, що має спільну з нею сторону) — число 2, потім 3 і так далі до тих пір, поки не заповнив числами всі клітинки аркуша. Тетянка вирізала із цього аркуша фігурку з 4-х клітинок і порахувала суму чисел, записаних у ній. Виявилось, що ця сума дорівнює 171. Якої форми була вирізана фігурка? Відповідь пояснить.

**Відповідь:**

**Розв'язання.** Розфарбуємо клітинки дошки в шаховому порядку. Тоді всі числа у білих клітинках будуть парними, а у чорних — непарними (або навпаки). Усього існують чотири види фігурок, що складаються із чотирьох клітинок (див. рисунок). Усі фігурки, крім останньої (зображена у правому нижньому куті), за шахового розфарбування складаються з двох чорних та двох білих клітинок, а отже сума чисел у них є сумою двох парних і двох непарних чисел, тобто парною. Єдина фігурка, яка може містити три клітинки одного кольору та одну клітинку іншого кольору — остання. А сума трьох парних чисел і одного непарного (або навпаки) якраз даватиме непарне число. Тому вирізана фігурка буде саме такої форми.

